



## XXI открытая олимпиада школьников и студентов по криптографии для студентов

Задания II (очного) тура. 29 января 2023 года

Задание № 1. И снова эта мини-игра...

**Папа**  
Ваня, привет. Помоги, мне очень по работе нужно

**Сначала кнопки не горели.**  
Нажал на **6**, она загорелась вместе с 2, 5, 7 и 10. Ещё раз нажал на **6**. Она потухла, как и 2, 5, 7 и 10

**Опять нажал на 6.**  
Она загорелась. Ещё загорелись кнопки сверху, снизу, слева и справа.

**Нажал на 5.** Она горела, теперь потухла. Выше и ниже загорелись. Справа потухла. Слева нет ничего, но загорелась 8 на другой стороне



**Нажал на 16.**  
Сверху и слева загорелись. Снизу и справа кнопок нет, но загорелась первая в строке 13 и 4 верхняя в столбце.

**Иван Васильевич**  
Папа, опять в игры играешь?


**Папа**  
Каюсь, Ваше Величество, но что делать? Килограмм конфет может загладить мою вину перед Вами?

**Иван Васильевич**  
Два могут.

**Папа**  
Вы так щедры!

**Иван Васильевич**  
Тут же всё очевидно... Кнопки крестиком меняют состояние. Горели — тухнут, не горели — загораются. Нужно нажимать

...  
[Купите полную версию.](#) Чтобы просматривать сообщения без ограничений всего за **999999 999**



Иван Васильевич снова меняет профессию, теперь он, алгебраист с 8-летним стажем, в свои 6 лет с лёгкостью бороздит линейные пространства, применяет булеву алгебру и операцию ИСКЛЮЧАЮЩЕГО ИЛИ, свободно решает системы линейных уравнений и усиленно не играет в компьютерные игры. Последнее даётся ему труднее всего.

У Ивана Васильевича есть папа, все зовут его «папа Ивана Васильевича». Папа Ивана Васильевича тестирует игры – отвечает за контроль их качества. Иван Васильевич помог папе с его задачей, но ограничения приложения не позволили папе Ивана Васильевича увидеть решение. Помогите ему: укажите номера кнопок, которые ему нужно нажать для того, чтобы они все загорелись.

Он очень ленивый, поэтому количество кнопок должно быть наименьшим. Учтите, что некоторые кнопки он уже нажимал.

В ответе запишите номера кнопок через запятую **В ПОРЯДКЕ ВОЗРАСТАНИЯ**.

### Задание № 2.

Выдающийся криптограф Иван Васильевич иногда забывает что-то важное. Чтобы не забыть номер своего шкафчика в детском саду, Иван Васильевич спрятал его в таком сообщении:

*Однажды, в студёную зимнюю пору  
Я из лесу вышел; был сильный мороз.  
Гляжу, поднимается медленно в гору  
Лошадка, везущая хворосту воз.  
И, шествуя важно, в спокойствии чинном,  
Лошадку ведёт под уздцы мужичок  
В больших сапогах, в полушубке овчинном,  
В больших рукавицах... а сам с ноготок!*

Определите номер шкафчика Ивана Васильевича, если известно, что это двузначное число. В ответе запишите число.

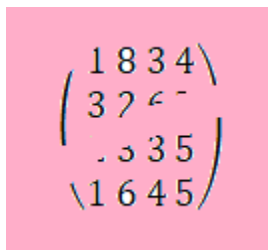
### Задание № 3. Шифр Цезарьбаш

Иван Васильевич очень любит шифр Цезаря и шифр Атбаш. Он придумал свой шифр и назвал его Цезарьбаш. В этом шифре некоторые буквы заменяются по правилу шифра Цезаря, а некоторые – по правилу Атбаша. Ключом является число, которое обозначает, сколько букв подряд шифруется одним способом, а сколько – другим. Например, ключ 22 означает, что две буквы шифруются шифром Цезаря, а потом 2 буквы – шифром Атбаш. Из сообщения САМЫЙ ЛУЧШИЙ ШИФР получится криптограмма ФГТДМОЛЗЫЛХЖЛЧО. Определите ключ в сообщении:

ПЯМЪПЯМЦНЯИЯУЦИЯРЯЛФ

### Задание № 4.

Найдена повреждённая записка:



Попробуйте расшифровать фразу, зашифрованную Елизаветой Хилл:

ЯПМЗШВЙВШНЮООЧЧРГМЭТВДВКЮЧЛОЙНБЛФИЁК

Ответ запишите заглавными буквами без пробелов.

### Задание № 5.

Алиса и Боб загадали два четырехзначных числа, причем одно из чисел является числом Кармайкла. Ева случайно узнала их наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное: 145 и 19720. Найдите загаданные числа и в ответе запишите сумму их цифр.

### Задание № 6.

Альберт Леонидович Фетисов – профессор математики, любитель книг. Альберт очень скрытный человек, все свои исследования он закрыл в сейфе, а сам уехал в Антарктиду. В сейфе находятся задания итогового теста, который необходимо провести у студентов. Вам нужно помочь найти код от сейфа – слово из 5 букв русского алфавита. Всё, что у вас есть, – дневник профессора, в котором 30 страниц.

Страницы 2, 8, 10, 17, 18, 22, 23, 26 и 28 помечены странными закладками. Интересно, что же это значит? В ответе запишите код от сейфа заглавными буквами.

### Задание № 7.

Фокусник, увлекавшийся математикой, задумался над проблемой «Как можно общаться со своими коллегами во время игры в карты или во время фокусов, связанных с картами». Посмотрев на колоду карт, он подумал: «36 карт – это 33 буквы, точка, запятая и пробел. С помощью нехитрых математических операций, которые проходят в школе, можно зашифровать любое сообщение».

Итак, каждый символ текста представляется в виде карты. Далее используется ключ-карта, с помощью которой каждая карта заменяется на другую. Разгадаете ли вы секрет фокусника?

Слово БЕТОН при использовании ключ-карты ВАЛЕТ ТРЕФ, например, зашифровывается как пять карт: КОРОЛЬ БУБЕЙ, 8 БУБЕЙ, КОРОЛЬ ТРЕФ, 9 ТРЕФ, 8 ЧЕРВЕЙ.

С помощью какой ключ-карты слово ЛЮБОВЬ будет зашифровано как «9 ТРЕФ, 10 ЧЕРВЕЙ, 7 ПИК, ДАМА ЧЕРВЕЙ, 8 БУБЕЙ, 8 ПИК»? Укажите эту карту в ответе.

**Примечание:** масти карт – ЧЕРВИ, ТРЕФЫ, ПИКИ, БУБИ. Названия карт – 6, 7, 8, 9, 10, ВАЛЕТ, ДАМА, КОРОЛЬ и ТУЗ. В ответе указать нужно сначала название карты, а после её масть в родительном падеже, например: «6 ЧЕРВЕЙ», «ВАЛЕТ ТРЕФ», «ДАМА ПИК», «10 БУБЕЙ».

### Задание № 8. Эх путь дорожка, можно отдохнуть немножко

В вашем распоряжении переписка и карта. Расшифруйте сообщение Котилио. Запишите большими буквами без пробелов.

**Киса**

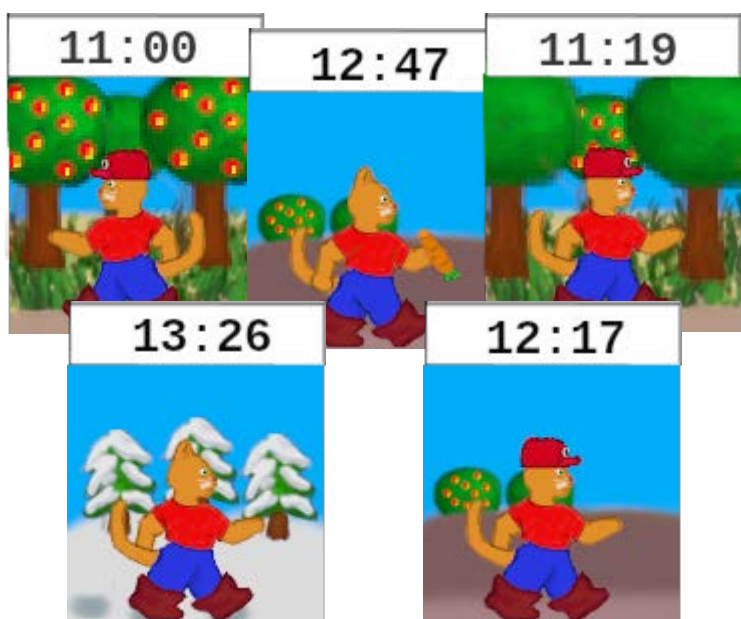
**21:00**

Котилио, мне же помощь нужна,  
Как же долго тебя Я ждала!  
Прийти ты к Котею был должен давно!  
Куда же тебя в этот раз занесло?

**Котей Бессмертный**

**21:30**

На фотоловушки мои ты попался,  
Путь твой в тайне не оказался.  
Камеры нам откроют секрет.  
Может сам скажешь нам, или нет?



**Котилио**

**23:58**

ЮМФЖЩЬПГГИФЗЮВЩЦДТШЫМЪ  
ЫБХВЯЦЦЛПКХФЪЗМЗНРЙЛЖЪВЪ  
ЯЪДКЛЦОЦЯДЩФПЭЭШНХБСЯЯЦР  
ГЛЗЩФТДРДЪШЯШЩЦТУЧЛГЪ

A=00000



Я=11111

**Мурка Вернам**

От перекрёстка до перекрёстка  
Идти ему было очень непросто.  
Назад воротиться – не его путь.  
Только вперед или вбок повернуть.

Дважды пройти по одной мог дороге,  
Очень сильно болят его ноги.  
При этом к монетам он наклонялся,  
Собрать их он очень сильно старался.

И вот милый котик меня посетил.  
Трясётся весь, тепла попросил.  
Отныне закончен его долгий путь.  
В тепле у камина черёд отдохнуть.







### Задание № 9.

Если  $n$  – нечётное составное число,  $b$  – целое число,  $\text{НОД}(n, b) = 1$  и  $b^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$ , то  $n$  называется *псевдопростым числом по основанию  $b$* . Найдите все основания  $b$ ,  $1 \leq b \leq 99$ , для которых 55 – псевдопростое число. В ответе запишите все найденные значения по возрастанию без пробелов.

### Задание № 10.

Целое число  $a$  называется *квадратичным вычетом* по модулю  $m$ , если разрешимо сравнение:

$$x^2 \equiv a \pmod{m}.$$

Если указанное сравнение не разрешимо, то число  $a$  называется *квадратичным невычетом* по модулю  $m$ . Найдите количество квадратичных вычетов и невычетов по модулю 41 среди чисел  $a$  от 1 до 40 включительно.